

# XIX Межрегиональная олимпиада школьников по математике и криптографии

Задачи для 8,9 классов

## Задача 1

Подсчитайте, сколько всего существует натуральных чисел, которые не превосходят число 841 и не имеют с ним общих делителей, отличных от 1.

## Задача 2

Для зашифрования фразы был взят кубик Рубика с нанесенными на гранях русскими буквами. Развертка кубика показана на рис. 1. Затем грани последовательно повернули по часовой стрелке на  $90^\circ$  определенное число раз: грань 1 – шесть раз; грань 2 – три раза; грань 3 – один раз; грань 4 – четыре; грань 5 – два и, наконец, грань 6 – пять раз. Затем каждая буква фразы отыскивалась на грани кубика и заменялась буквой этой же грани, следующей за ней по часовой стрелке (например, на рис. 1 буква А переходит в букву Б, буква П в С). Буквы, находящиеся в центре грани, не заменяются.

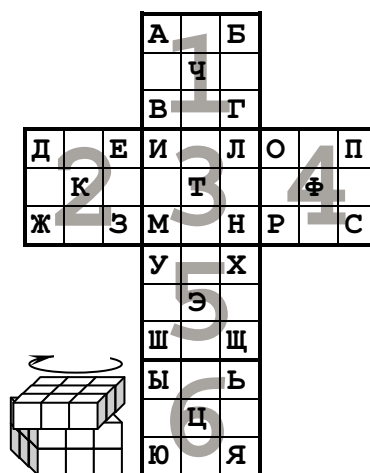


Рис. 1

В результате получилась строка:

**ОЕХДМАПРМКПДОПИМ**

Прочтите исходное сообщение.

## Задача 3

Для передачи сообщения на русском языке Крокодил Гена и Чебурашка выполняют следующие действия. Каждый из них выбирает свою последовательность, состоящую из целых чисел в пределах от 0 до 32, длина которой равна длине сообщения. Буквы сообщения заменяются числами по таблице 2.

Таблица 2

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>	<b>Д</b>	<b>Е</b>	<b>Ё</b>	<b>Ж</b>	<b>З</b>	<b>И</b>	<b>Й</b>	<b>К</b>	<b>Л</b>	<b>М</b>	<b>Н</b>	<b>О</b>	<b>П</b>	<b>Р</b>	<b>С</b>	<b>Т</b>	<b>У</b>	<b>Ф</b>	<b>Х</b>	<b>Ц</b>	<b>Ч</b>	<b>Ш</b>	<b>Щ</b>	<b>Ъ</b>	<b>Ы</b>	<b>Ь</b>	<b>Э</b>	<b>Ю</b>	<b>Я</b>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	0

Сначала Гена шифрует сообщение, используя свою последовательность. Для этого числовое значение первой буквы сообщения и первое число его последовательности складываются, а полученная сумма заменяется остатком от деления на 33 и вновь заменяется буквой по таблице 2. Затем эта процедура повторяется для вторых, третьих и т.д. чисел сообщения и последовательности. Полученный результат:

**ЁЛИСУВШОЮОЦОМЮОВЫЗПЭЪМО**

передаётся Чебурашке. После этого Чебурашка шифрует полученное сообщение с помощью своей последовательности. Получается строка

**ЪЭЛВШРЕЭЭТЖЩЮИГВФБСЦХ**

эту строку он и передает Гене. Гена вычитает из числовых значений букв полученного сообщения числа своей последовательности (к отрицательной разнице прибавляется число 33) и передаёт результат

**ЖЪЫХЙТСЖЫАШШЬЯМЫШЗЬВГ**

Чебурашке. Какое сообщение зашифровал Крокодил Гена?

#### Задача 4

Для доступа к общему почтовому ящику в Интернете Катя и Юра пользуются паролем **СВЕЧА**. Катя решает сменить этот пароль на новый (осмысленное слово русского языка из пяти букв). Новый пароль передается по сети Юре в зашифрованном виде. Зашифрование осуществляется так. Первые буквы нового и старого пароля заменяются числами согласно таблице 2. Затем эти числа складываются, а полученная сумма заменяется остатком от деления на 33. Таким же образом поступают со вторыми буквами паролей, затем с третьими и т.д. После расшифрования Юра получил нечитаемый пароль из английских букв: **SARCL**. Оказалось, что программа расшифрования Юры была настроена на работу с английским алфавитом. При этом перед расшифрованием программа заменяла числовые значения поступившего зашифрованного пароля и старого пароля остатками от деления на 26, а расшифрование заключалось в нахождении их разностей (к отрицательной разнице прибавлялось число 26), которые приводились к буквенному виду согласно таблице 3.

Таблица 3

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>	<b>I</b>	<b>J</b>	<b>K</b>	<b>L</b>	<b>M</b>	<b>N</b>	<b>O</b>	<b>P</b>	<b>Q</b>	<b>R</b>	<b>S</b>	<b>T</b>	<b>U</b>	<b>V</b>	<b>W</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	0

Помогите Юре понять, какой новый пароль установила Катя.

#### Задача 5

Дан треугольник  $\triangle ABC$ , в котором  $AB = 99$ ,  $AC = 71$ ,  $\angle BAC = 67^\circ$ . Требуется только с помощью циркуля и линейки построить треугольник  $\triangle DEF$  со сторонами  $DE=101$ ,  $EF=73$  и углом между ними  $\angle DEF = 51^\circ$ .

#### Задача 6

Четыре фразы на русском языке записываются без знаков препинания и пробелов. Для зашифрования каждой фразы используются неизвестные последовательности цифр  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Буквы во фразе последовательно заменяются на пары цифр согласно табл. 2 (к однозначным числам слева дописывается 0: например, **A** будет заменяться на **01**). Зашифрование состоит в преобразовании получившейся цепочки цифр по следующему правилу. К первой цифре цепочки прибавляем цифру  $x_1$  и записываем последнюю цифру суммы, потом ко вто-

рой цифре цепочки прибавляем  $x_2$  и также записываем последнюю цифру суммы и т.д. Результат зашифрования выглядит следующим образом:

1) 0436389637110156289614062778022668915272874106897713780236

2) 903913973306253415922423357601144271609271

3) 17915094077497245567822036742365175971

4) 3703532519925327917085909750657981901587194945023834835000452922

Известно, что две фразы зашифрованы с помощью одной и той же последовательности. Укажите, какие именно (ответ обосновать).